

Measurement of Radio Frequency Non-Homogeneity in MRI

Sadegh Shurche^{1*}

¹ Department of Medical Physics and Engineering, Faculty of Medicine, Tehran University of Medical Sciences, Tehran, Iran

Abstract

Introduction: Non-uniformity is one of the most important parameters affecting MRI images which can lead to harmful effects in the diagnosis and analysis of qualitative and quantitative methods. The present study introduced a method for measuring RF non-homogeneity in MRI systems.

Methods and Materials: To verify the uniformity of B_0 and B_1 fields, a cylindrical phantom with a diameter of 24 cm and a height of 25.5 cm was made of plexiglass and filled with vegetable oil. In this method, a single slice of a uniform phantom was imaged with different flip angles using a standard spin echo protocol. The signal intensity in these images were fitted to a mathematical model which describes the relationship between signal intensity and flip angle in spin echo images. Multi-angled echo spin and three dimensional echo gradient protocols were used to assess the uniformity of B_0 and B_1 magnetic fields respectively. Two different echo times were used for multi-angled echo including spin and three dimensional echo gradient protocol using an MRI Siments Prisma 3 Tesla in the National Brain Laboratory.

Results: RF waves were sent uniformly; however, there was no uniformity in the received waves by the lumbar coil. The uniformity has been observed in the waves received by the head coil. Moreover, the non-uniformity of B_0 field was equal to 0.3125 ppm over a 24 cm DSVC (diameter of spherical volume).

Discussion and Conclusion: The accuracy of coils and the plan of B_0 and B_1 magnetic fields can be evaluated and prepared using this phantom. In addition, artifacts caused by non-uniformity of these two fields on functional images such as diffusion and magnetic spectroscopy eliminate by using this phantom. Furthermore, this phantom can be used for assessing the uniformity of magnetic fields in devices with various powers.

Keywords: MRI, RF non-homogeneity, Image non-uniformity, SE, Phantom

*(Corresponding author) Sadegh Shurche, Department of Physics and Medical engineering, Faculty of Medicine, Tehran University of Medical Sciences, Tehran, Iran E-mail: sadegh.shurche@yahoo.com

اندازه‌گیری غیریکنواختی امواج رادیویی در ام آر آی

صادق شورچه^{۱*}

^۱ گروه فیزیک و مهندسی پزشکی، دانشکده پزشکی، دانشگاه علوم پزشکی تهران، تهران

چکیده

مقدمه: غیریکنواختی یکی از مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار در تصاویر ام آر آی است که در صورت بروز در تصاویر منجر به تأثیرات زیان‌بار در تشخیص و آنالیز روش‌های کیفی و کمی در ام آر آی می‌شود. در این مقاله روشی جهت اندازه‌گیری غیریکنواختی امواج RF در سیستم ام آر آی معرفی شده است.

مواد و روش‌ها: جهت بررسی یکنواختی میدان B_0 و یکنواختی میدان B_1 فانتوم استوانه‌ای شکل با قطر ۲۴ سانتی‌متر و ارتفاع ۲۵٫۵ سانتی‌متر از جنس پلکسی گلس ساخته شد و با روغن گیاهی پر شد. در این روش یک اسلایس با زوایای انحراف مختلف و پروتکل استاندارد اسپین اکو از فانتوم یکنواخت گرفته می‌شود. شدت سیگنال در این تصاویر بر مدل ریاضی منطبق می‌شوند که بیان‌کننده رابطه بین شدت سیگنال و زوایای انحراف در تصاویر اسپین اکو می‌باشد. جهت بررسی یکنواختی میدان B_1 از پروتکل اسپین اکو چند زاویه‌ای و جهت بررسی یکنواختی میدان B_0 از پروتکل گرادیان اکو سه بعدی همراه با دو زمان دریافت اکو مختلف در دستگاه ام آر آی زیمنس پریمزما ۳ تسلا آزمایشگاه ملی مغز استفاده شد.

نتایج: ارسال امواج RF یکنواخت بود اما در دریافت امواج توسط کوئل کمر همان‌طور که انتظار می‌رفت یکنواختی مشاهده نشد و دریافت امواج در کوئل سر نیز یکنواخت بود و غیریکنواختی میدان B_0 برابر $0/3125$ واحد در میلیون در ۲۴ سانتی‌متر بود. بحث و نتیجه‌گیری: با استفاده از این فانتوم می‌توان صحت عملکرد کوئل‌ها را بررسی نمود و همچنین می‌توان نقشه میدان‌های B_0 و B_1 را به دست آورد و با استفاده از آن‌ها آرتیفکت‌های ناشی از عدم یکنواختی این دو میدان که بر روی تصاویر عملکردی همچون دیفیوژن و طیف‌نگاری مغناطیسی ظاهر می‌شوند را برطرف نمود. از این فانتوم می‌توان جهت بررسی یکنواختی میدان‌های دستگاه‌های با قدرت مختلف استفاده نمود.

کلید واژه‌ها: ام آر آی، غیریکنواختی فرکانس رادیویی، غیریکنواختی تصویر، اسپین اکو، فانتوم

مقدمه

تغییرات B_1 در تصویربرداری از سینه در مطالعات بسیاری گزارش شده است (۲-۵) بنابراین هرگونه تغییر در B_1 باید به دقت جهت هرگونه بررسی تصویربرداری کمی گزارش شود. غیریکنواختی میدان RF به دلیل برخورد امواج RF با بافت بدن و غیریکنواختی ذاتی در کوئل RF است.

روش‌های مختلفی جهت اندازه‌گیری غیریکنواختی امواج RF در ارسال و دریافت بیان شده است. یکی از این روش‌ها اندازه‌گیری

غیریکنواختی یکی از مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار در تصاویر ام آر آی است که در صورت بروز در تصاویر منجر به تأثیرات زیان‌بار در تشخیص و آنالیز روش‌های کیفی و کمی در ام آر آی می‌شود (۱) غیریکنواختی در امواج ارسالی (B_1) می‌تواند منجر به تغییر در زاویه انحراف انتخابی داشته باشد و این غیریکنواختی در B_1 با افزایش قدرت میدان بیشتر می‌شود. در دستگاه ۳ تسلا

دیگر زاویه انحراف تغییرات فضایی خواهد داشت. ما این وابستگی فضایی را با یک عملگر به نام $T(r)$ نشان دادیم. بنابراین:

$$\theta_{(r)} = T_{(r)} \cdot \theta_0 \quad (۱)$$

θ_0 زاویه انحراف اسمی است که به وسیله اپراتور تعیین می شود و یکی از پارامترهای تصویربرداری می باشد. $T(r)$ عملگر موقعیتی است که توزیع زاویه انحراف را نشان می دهد. از طرف دیگر اگر حساسیت سیستم $RF(R(r))$ با موقعیت تغییر کند آنگاه سیگنال دریافتی نیز وابستگی فضایی پیدا خواهد کرد:

$$S_{(r)} = R_{(r)} \cdot S_0 \quad (۲)$$

توالی پالس اسپین اکو بهترین انتخاب برای اندازه گیری غیریکنواختی RF می باشد چرا که حساسیت بسیار کمی به غیر یکنواختی میدان B_0 دارد. برای توالی پالس با $2\theta - \theta$:

$$S_0 = k \cdot PD \cdot \sin^3 \theta \quad (۳)$$

در این رابطه k ضریب گیرنده و PD چگالی پروتونی نمونه می باشد و طبق معادله های ۱ و ۲:

$$S_{(r)} = k \cdot PD_{(r)} \cdot R_{(r)} \cdot \sin^3 \theta (T_{(r)} \cdot \theta) \quad (۴)$$

پاسخ سیگنال توالی پالس اسپین اکو $\alpha_x - \tau - \alpha_y - \tau$ می باشد که در پیوست محاسبه شده است. با توجه به رابطه ۱۴:

$$S_0 = k \cdot PD \cdot \sin(\theta) \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (۵)$$

بنابراین از معادله ۴ و ۵ و این حقیقت که در اسپین اکو از $\alpha_0 = \pi$ استفاده می شود. می توان به این نتیجه رسید که:

$$S_{(r)} = k \cdot PD_{(r)} \cdot R_{(r)} \cdot \sin(T_{(r)} \cdot \theta_0) \cdot (1 - \cos(T_{(r)} \cdot \pi)) \quad (۶)$$

ب) تئوری مورد استفاده در محاسبات غیریکنواختی میدان B_0 :

برای اندازه گیری غیریکنواختی میدان B_0 روش های مختلفی وجود دارد که یکی از دقیق ترین آن ها روش اختلاف فازی می باشد. در این روش از پروتکل گرادیان اکو سه بعدی استفاده می شود که دو تصویر با اختلاف دریافت اکو گرفته می شود. طبق این تئوری زمانی که اختلاف دریافت اکو دو تصویر ۴ میلی ثانیه باشد منجر به اختلاف فرکانس ۱۶۰ هرتز در هر سیکل فاز می شود و این اختلاف فرکانس برای ربع سیکل فاز برابر با ۴۰ هرتز خواهد شد. بنابراین

مستقیم میدان از طریق اندازه گیری ولتاژ کوئل است (۶، ۷) این روش این روش زمانبر است و همچنین اثر برخورد امواج RF با بدن در نظر گرفته نشده است. روش های دیگر بر اساس آنالیزهای تئوری هستند، رابطه بیوساوار یا آنالیزهای FEM از این دسته هستند (۸). زمانی که از قانون بیوساوار استفاده می شود نقص عمده در نظر نگرفتن جریان ادی است. برای رفع این مشکلات روش هایی بیان شده است که از اطلاعات تصاویر جهت محاسبه میدان B_1 استفاده می شود. تعدادی از این روش ها نیاز به طراحی توالی پالس های خاص دارند که در همه سیستم ها موجود نیست. $INSKO$ روشی را بیان کرده است که در آن از SE خاصی استفاده شده است (۹). با این حال پالس SE در مطالعه آن ها به غیریکنواختی B_0 حساس هستند (۱۰).

یکی دیگر از عوامل غیریکنواختی در تصاویر، غیریکنواختی در میدان B_0 می باشد که به دلیل همگن سازی میدان نادرست دستگاه رخ می دهد. در اغلب تصویربرداری ها از جمله دیفیوژن از تکنیک EPI استفاده می شود که این تکنیک نیاز به میدان مغناطیسی (B_0) بسیار یکنواخت دارد و در صورتی که میدان غیریکنواخت باشد تصویر دچار آرتیفکت جابجایی می شود (۱۱).

روش های مختلفی جهت بررسی غیریکنواختی میدان B_0 ارائه شده است که از آن جمله می توان به: بررسی طیف پالس، اختلاف پهنای باند (۱۲)، نقشه فاز ارائه شده است که از میان آن ها دقیق ترین روش تهیه نقشه اختلاف فاز می باشد. ما با استفاده از روش تهیه نقشه اختلاف فاز به بررسی غیریکنواختی میدان B_0 بر روی فانتوم روغن پرداختیم.

با توجه به مباحث ذکر شده در این طرح فانتوم مناسب جهت کنترل کیفی میدان های B_0 و B_1 ساخته شد و مورد استفاده قرار گرفت.

در روش پیشنهادی ما جهت بررسی میدان B_1 از توالی پالس اسپین اکو معمول استفاده می شود و جهت بررسی میدان B_0 از پروتکل گرادیان اکو سه بعدی استفاده می شود.

مواد و روش ها

الف) تئوری مورد استفاده در محاسبات غیریکنواختی میدان B_1 :

اگر میدان ارسالی B_1 غیریکنواخت باشد پروتون ها در حجم مورد تصویربرداری زوایای انحراف متفاوتی خواهند داشت. به عبارت

جدول ۱- پارامترهای مورد استفاده در بررسی یکنواختی B_1

۱۰۰۰ میلی ثانیه	زمان تکرار پالس
۶۰ میلی ثانیه	زمان دریافت اکو
۵۰, ۶۰, ۸۰, ۹۰, ۱۰۰, ۱۲۰ درجه	زاویه انحراف
۳۰۰ * ۳۰۰ میلی متر مربع	میدان دید
۵ میلی متر	ضخامت اسلایس

جدول ۲- پارامترهای مورد استفاده در بررسی یکنواختی B_0

۱۲ میلی ثانیه	زمان تکرار پالس
۴ و ۸ میلی ثانیه	زمان دریافت اکو
۱۵ درجه	زاویه انحراف
۳۰۰ * ۳۰۰ میلی متر مربع	میدان دید
۲ میلی متر	ضخامت اسلایس

یکنواختی B_0 : برای اندازه‌گیری یکنواختی میدان B_0 از پروتکل گردان اکو سه بعدی با پارامترهای جدول (۲) استفاده شد.

(و) آنالیز تصاویر

برای محاسبات مربوط به T1 و T2 از نرم افزار EXCEL و نرم‌افزار (MIPAV IMAGE PROCESSING SOFTWARE MEDICAL IMAGE PROCESSING, ANALYSIS AND VISUALIZATION NATIONAL INSTITUTES OF HEALTH, BETHESDA, MD) استفاده شد. جهت محاسبات curve fitting از نرم افزار متلب استفاده شد.

نتایج

الف) یکنواختی دریافت میدان B_1 کوئل سطحی و یکنواختی ارسال کوئل حجمی دستگاه

در نمودار (۱) ارسال امواج RF توسط کوئل حجمی با $(T(r))$ و دریافت توسط کوئل سطحی دستگاه با $(R(r))$ نمایش داده شده است. همانطور که انتظار می‌رفت در ارسال امواج تغییرات کمی وجود داشت اما در دریافت امواج با افزایش فاصله از سطح کوئل میزان میدان B_0 کاهش پیدا می‌کند. این موضوع در شکل (۲) نیز نمایان است که در فانتوم روغن در فواصل نزدیک به کوئل کنتراست تصویر بیشتر است و هرچه از سطح کوئل دورتر می‌شویم کنتراست تصویر کاهش می‌یابد.

مقدار غیریکنواختی میدان برابر با ۱۲۸ مگاهرتز/۴۰ هرتز (۱۲۸ مگاهرتز فرکانس مرکزی در دستگاه ۳ تسلا) یا برابر با ۰,۳۱۲۵ واحد در میلیون در قطر ۲۴ سانتی متر خواهد بود.

ج) ساخت فانتوم

جهت بررسی یکنواختی میدان B_0 و یکنواختی میدان B_1 فانتوم استوانه‌ای شکل با قطر ۲۴ سانتی متر و ارتفاع ۲۵/۵ سانتی متر از جنس پلکسی گلس ساخته شد. (شکل ۱)

د) انتخاب ماده مناسب جهت پر کردن فانتوم

نایکنواختی در پالس RF دو دلیل عمده دارد عامل اول خصوصیات کوئل RF است و عامل دوم برهمکنش امواج RF با ماده مورد تصویربرداری است که می‌تواند توزیع یکنواخت میدان B_1 را مختل کند. غیر یکنواختی در میدان B_0 ناشی از شیمینگ غیر صحیح کوئل‌ها می‌باشد. با توجه به دو پدیده اثر پوسته‌ای (۱۳، ۱۴) و موج‌های ایستا (۱۵) در برخورد امواج RF با مواد لذا برای جلوگیری از بروز این پدیده‌ها به جای موادی همچون آب و یا $CuSO_4$ که در طولانی مدت رسوب می‌کند از روغن جهت ساخت فانتوم استفاده شد.

ه) روش‌های تصویربرداری

یکنواختی B_1 : تصویربرداری با استفاده از پارامترهای جدول (۱) در کوئل‌های حجمی ۶۴ کانال و سطحی ۱۶ کانال دستگاه زیمنس پرزما ۳ تسلا آزمایشگاه ملی مغز ایران صورت پذیرفت.

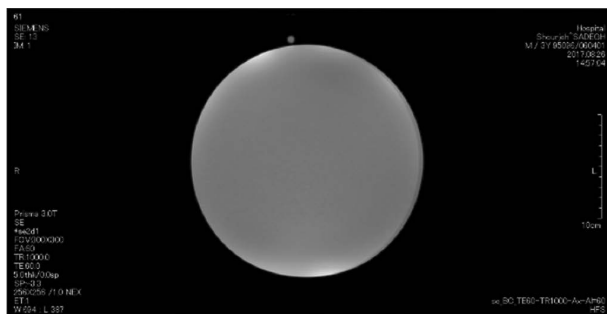


شکل ۱- تصویر فانتوم یکنواخت روغن

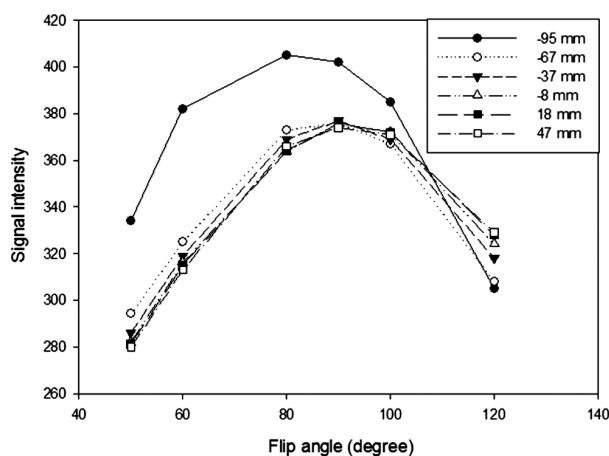
برای دریافت امواج استفاده شد لذا یکنواختی بالایی در دریافت توسط کوئل مشاهده شد. این موضوع در شکل (۳) نیز قابل مشاهده است که تصویر از یکنواختی بالایی برخوردار است. همان گونه که در نمودار (۳) مشاهده می کنیم بیشترین شدت سیگنال در کوئل سر بین ۸۰ تا ۱۰۰ درجه حاصل می شود.

ج) یکنواختی میدان B_0

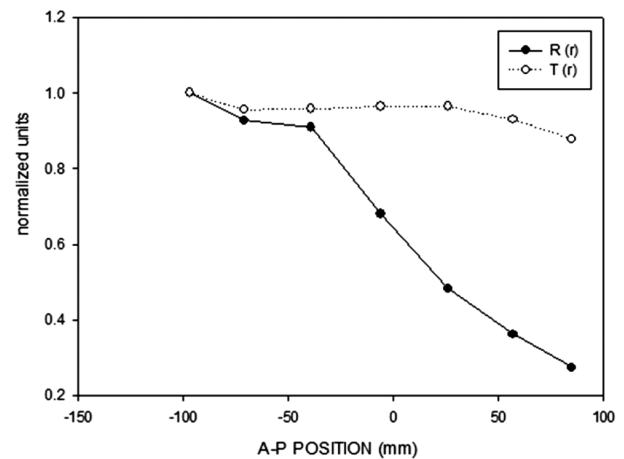
برای اندازه گیری یکنواختی میدان B_0 از دو تصویر گرادیان اکو سه بعدی با اختلاف زمان تکرار پالس ۴ میلی ثانیه استفاده کردیم. این اختلاف زمانی منجر به ۱۶۰ هرتز اختلاف فرکانس در هر سیکل فاز می شود. این اختلاف فرکانس برای ربع سیکل فاز برابر ۴۰ هرتز خواهد بود. بنابراین یکنواختی میدان مغناطیسی B_0 برابر با ۱۲۸ هرتز (فرکانس مرکزی در ۳ تسلا) ۴۰/ هرتز یا به عبارتی ۰/۳۱۲۵ واحد در میلیون در ۲۴ سانتی متر خواهد بود. تصویر گرفته شده با تکنیک گرادیان اکو سه بعدی در شکل (۴) نشان داده شده است.



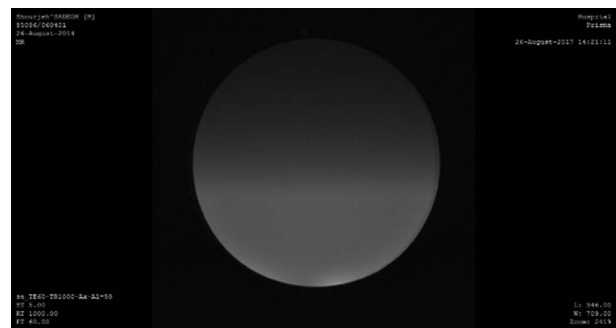
شکل ۳- تصویر فانتوم روغن توسط کوئل سر. همانطور که مشاهده می گردد تصویر دارای یکنواختی مناسبی می باشد.



نمودار ۳- نمودار شدت سیگنال بر حسب زاویه انحراف برای کوئل سر.



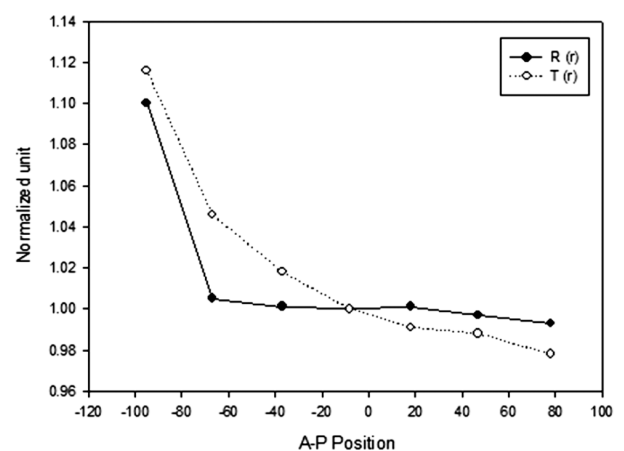
نمودار ۱- $R(r)$ برای کوئل سطحی دستگاه و $T(r)$ برای کوئل حجمی دستگاه.



شکل ۲- تصویر فانتوم روغن توسط کوئل سطحی. همانطور که مشاهده می شود بیشترین کنتراست تصویر در فواصل نزدیک به کوئل سطحی است.

ب) یکنواختی دریافت میدان B_1 کوئل سر و یکنواختی ارسال کوئل حجمی دستگاه

در نمودار (۲) ارسال امواج RF توسط کوئل حجمی با $T(r)$ و دریافت توسط کوئل بدن دستگاه با $R(r)$ نمایش داده شده است. همانطور که انتظار می رفت به دلیل این که از کوئل حجمی بدن



نمودار ۲- $R(r)$ برای کوئل سر و $T(r)$ برای کوئل حجمی دستگاه.

کاهش می‌یابد. ۲- امواج RF به آسانی در روغن نفوذ می‌کند. ۳- امواج ایستاده طولانی در روغن تشکیل می‌شود.

روش 2θ-0 توسط محققان دیگر نیز استفاده شده است اما در روش آن‌ها اثر میدان B_0 حذف نشده است. همچنین در روش کار آن‌ها نقاط اندازه‌گیری شده با منحنی مدل مطابق نیست.

با استفاده روش ارائه شده پروفایل خطی یا سطحی کویل‌های مختلف را می‌توان رسم کرد همچنین از این روش می‌توان جهت کنترل کیفی دستگاه‌های ام آر آی استفاده کرد و از نتایج به دست آمده می‌توان جهت اصلاح تصاویر استفاده کرد.

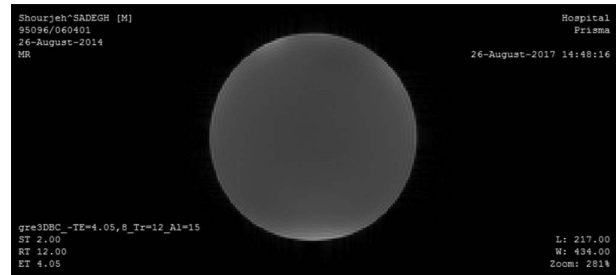
همچنین با استفاده از این فانتوم می‌توان با دقت بسیار بالا غیریکنواختی میدان B_0 را اندازه‌گیری کرد.

تشکر و قدردانی

بدینوسیله از آزمایشگاه ملی مغز ایران به پاس زحمات و تلاش‌های ارزنده‌شان در اجرای این پروژه تشکر و قدردانی می‌نمائیم.

References

- 1- Velthuisen RP, Heine JJ, Cantor AB, Lin H, Fletcher LM, Clarke LP. Review and evaluation of MRI nonuniformity corrections for brain tumor response measurements. Medical physics. 1998;25(9):1655-66.
- 2- Greenman RL, Shirosky JE, Mulkern RV, Rofsky NM. Double inversion black-blood fast spin-echo imaging of the human heart: A comparison between 1.5 T and 3.0 T. Journal of Magnetic Resonance Imaging. 2003;17(6):648-55.
- 3- Sung K, Nayak KS. Measurement and characterization of RF nonuniformity over the heart at 3T using body coil transmission. Journal of Magnetic Resonance Imaging. 2008;27(3):643-8.
- 4- Kuhl CK, Kooijman H, Gieseke J, Schild HH. Effect of B1 inhomogeneity on breast MR imaging at 3.0 T. Radiology. 2007;244(3):929-30.
- 5- Azlan CA, Di Giovanni P, Ahearn TS, Semple SI, Gilbert FJ, Redpath TW. B1 transmission-field inhomogeneity and enhancement ratio errors in dynamic contrast-enhanced MRI (DCE-MRI) of the breast at 3T. Journal of Magnetic Resonance Imaging. 2010;31(1):234-9.
- 6- Boyer JS, Wright SM, Porter JR. An automated measurement system for characterization of RF and gradient coil parameters. Journal of Magnetic Resonance Imaging. 1998;8(3):740-7.
- 7- Talagala S, Gillen J. Experimental determination of three-dimensional RF magnetic field distribution of NMR coils. Journal of Magnetic Resonance (1969). 1991;94(3):493-500.
- 8- Li S, Yang QX, Smith MB. RF coil optimization: Evaluation of B1 field homogeneity using field histograms and finite element calculations. Magnetic resonance imaging. 1994;12(7):1079-87.
- 9- Jerschow A, Bodenhausen G. Mapping the B1 Field Distribution with Nonideal Gradients in a High-Resolution NMR Spectrometer. Journal of Magnetic Resonance. 1999;137(1):108-15.
- 10- Barker G, Simmons A, Arridge S, Tofts P. A simple method for investigating the effects of non-uniformity of radiofrequency transmission and radiofrequency reception in MRI. The British journal of radiology. 1998;71(841):59-67.
- 11- Basser PJ, editor Diffusion-tensor MRI: theory, experimental design, and data analysis. Engineering in Medicine and Biology, 2002 24th Annual Conference and the Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society EMBS/BMES Conference, 2002 Proceedings of the Second Joint; 2002: IEEE.
- 12- Chen HH, Boykin RD, Clarke GD, Gao JHT, Roby JW. Routine testing of magnetic field homogeneity on clinical MRI systems. Medical physics. 2006;33(11):4299-306.
- 13- Simmons A, Tofts PS, Barker GJ, Arridge SR. Sources of intensity nonuniformity in spin echo images at 1.5 T. Magnetic Resonance in Medicine. 1994;32(1):121-8.



شکل (۴)- تصویر فانتوم با استفاده از تکنیک گرادیان اکو سه بعدی جهت بررسی یکنواختی میدان B_0

بحث و نتیجه‌گیری

با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله می‌توان یکنواختی در ارسال و دریافت امواج RF کویل‌های مختلف دستگاه ام آر آی را مورد بررسی قرار داد. در این روش از یک پروتکل معمول اسپین اکو استفاده می‌شود و نیاز به طراحی پروتکل خاص نمی‌باشد. استفاده از فانتوم روغن دارای مزایای زیر می‌باشد: ۱- T_1 آن کوتاه می‌باشد بنابراین زمان اشباع کمتر می‌شود و در مجموع زمان تصویربرداری

- 14- Clarke L, Velthuisen R, Camacho M, Heine J, Vaidyanathan M, Hall L, et al. MRI segmentation: methods and applications. Magnetic resonance imaging. 1995;13(3):343-68.
- 15- Tofts PS. Standing waves in uniform water phantoms. Journal of Magnetic Resonance, Series B. 1994;104(2):143-7.

مؤلفه بردار در راستای این محور ثابت باقی می ماند. بنابراین برای سادگی کار، ماتریس های دوران را 2×2 و فقط برای مؤلفه هایی که تغییر می کنند در نظر می گیریم.

اگر مؤلفه های بردار مغناطش را پس از دوران θ_x ، (X_1, Y_1, Z_1) بگیریم، داریم: $X_1=0$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & M_0 \\ \cos \theta & M_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

به همین ترتیب اگر مؤلفه های این بردار پس از دوران ϕ_z را (x_2, y_2, z_2) بگیریم، داریم $z_2=z_1=\cos \theta.M_0$ و از ضرب ماتریس دوران ϕ حول z در مؤلفه های x, y داریم:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \phi . \sin \theta . M_0 \\ -\cos \phi . \sin \theta . M_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

و پس از دوران α_y داریم:

$$Y_3 = Y_2 = -\cos \phi . \sin \theta . M_0 \quad (4)$$

$$X_3 = \sin \phi . \sin \theta . \cos \alpha . M_0 - \sin \alpha . \cos \theta . M_0 \quad (5)$$

$$Z_3 = \sin \alpha . \sin \phi . \sin \theta . M_0 + \cos \alpha . \cos \theta . M_0 \quad (6)$$

در نهایت پس از دوران ϕ_z داریم:

$$Z_4 = Z_3 = \sin \alpha . \sin \phi . \sin \theta . M_0 + \cos \alpha . \cos \theta . M_0 \quad (7)$$

(۸)

$$X_4 = M_0 [1/2 \sin \theta . (\cos \alpha + 1) . \sin 2 \phi - \sin \alpha . \cos \theta . \cos \phi] \quad (9)$$

(۹)

$$Y_4 = M_0 [\cos \alpha . \sin \theta . \sin 2 \phi - \cos \theta . \sin \alpha . \sin \phi - \sin \theta . \cos 2 \theta]$$

پوست

محاسبه پاسخ سیگنال توالی اسپین اکو در اندازه گیری یکنواختی میدان B_1

شدت سیگنال دریافتی پس از اعمال پالس RF به اندازه بردار مغناطش در صفحه عرضی بستگی دارد. بنابراین برای محاسبه پاسخ سیگنال کافی است که اندازه بردار مغناطش را؛ پس از اعمال توالی پالس؛ در صفحه عرضی پیدا کنیم. بردار مغناطش در حالت تعادل را با $M_0 = (0, 0, M_0)$ نمایش می دهیم. در حالت کلی، بردار مغناطش پیش از مرحله اکتساب سیگنال تحت تأثیر توالی پالس $\tau - \alpha_y - \tau - \theta_x$ قرار می گیرد که در آن پالسی است که موجب چرخش بردار مغناطش به اندازه θ حول محور x می شود. به همین ترتیب پالسی است که سبب چرخش بردار مغناطش به اندازه α حول محور y می شود. τ فاصله زمانی بین پالس θ_x و α_y است که در این زمان $(TE/2)$ بردار مغناطش با سرعت زاویه ای $\Delta \omega$ نسبت به دستگاه مختصات دوار و حول محور z می چرخد، در طول زمان τ این بردار به اندازه $\phi = \Delta \omega . \tau$ حول محور z دوران می کند. بنابراین بردار مغناطش ابتدا به اندازه θ حول محور x دوران می کند، سپس به اندازه ϕ حول محور z می چرخد، بعد به اندازه α حول y و در انتها مجدداً به اندازه ϕ حول z می چرخد. برای پیدا کردن وضعیت بردار مغناطش پس از این چرخش ها، کافی است که ماتریس مختصات این بردار را تحت اثر ماتریس های دوران مربوط به هر کدام از این چرخش ها قرار دهیم. بنابراین بردار مغناطش در لحظه اکتساب سیگنال برابر است با:

$$M_{acq} = R_z(\phi) . R_y(\alpha) . R_z(\phi) . R_x(\theta) . M_0 \quad (1)$$

که در آن $R_i(\beta)$ معرف ماتریس دوران به اندازه β زاویه حول محور i است. اگر بردار M را به اندازه θ حول محور دلخواه i دوران بدهیم،

$$|M_{xy}|^2 = |M_x|^2 + |M_y|^2 \quad (13)$$

همان‌طوری که قبلاً ذکر شد؛ سیگنال دریافتی با اندازه بردار مغناطش عرضی متناسب است و بنابراین داریم:

$$S_{SE} \propto \frac{1}{2} M_0 \sin \theta \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (14)$$

در شرایط خاص اگر $\alpha = 180^\circ$ داریم:

$$S_{SE} \propto M_0 \sin \theta \quad (15)$$

و اگر $\alpha = 2\theta$ داریم:

$$S_{SE} \propto M_0 \sin^3 \theta \quad (16)$$

با توجه به توزیع ϕ در صفحه x-y اندازه مؤلفه‌های بردار مغناطش بر روی محورهای x و y با انتگرال‌گیری از روابط به شکل زیر به دست می‌آید:

$$M_x = \frac{\int_{-\tau}^{\tau} x_4 d\phi}{\int_{-\tau}^{\tau} d\phi} \quad (10)$$

$$M_y = \frac{\int_{-\tau}^{\tau} y_4 d\phi}{\int_{-\tau}^{\tau} d\phi} \quad (11)$$

با محاسبه انتگرال‌های فوق نتیجه می‌شود:

$$M_x = 0$$

$$M_y = \frac{1}{2} M_0 \sin \theta \cdot (1 - \cos \theta) \quad (12)$$

و اندازه بردار مغناطش عرضی M_{xy} به صورت زیر به دست می‌آید: